Université de Lille 1 SCIENCES ET TECHNOLOGIES

Series temporelles - TP3

M1 Mathématiques et finance 2017–2018

Responsable : Adrien Hardy, email : adrien.hardy@math.univ-lille1.fr

Instructions : *3 heures. Envoyer un compte-rendu par email en fin de séance.*

Exercice 1 (Estimer les paramètres d'un ARMA)

(1) Simuler une trajectoire de longueur 500 de la série :

$$X_t = 1.5X_{t-1} - 0.75X_{t-2} + \varepsilon_t \ , \qquad \varepsilon_t \sim \text{ BBG(0,1)}.$$

Comment s'appelle ce modèle ? Est-il stationnaire (justifier) ?

(2) Afficher le graphe de son `acf` (autocorrelation function) puis de sa `pacf` (partial autocorrelation function) et commenter. Tester aussi la commande `acf2y`, après avoir installé le package `caschrono`.

(3) Demander à votre voisin(e) de simuler en cachette un processus AR(p) ou MA(p) de son choix de longueur 1000 puis essayer de retrouver p.

(4) Simuler une trajectoire de longueur 1000 de l'ARMA(2,1) :

$$X_t = 0.89X_{t-1} - 0.5X_{t-2} + \varepsilon_t - 0.23\varepsilon_{t-1} \ , \qquad \varepsilon_t \sim \text{ BBG(0,1)}.$$

Donner son `acf` et `pacf`. A l'aide de la commande `auto.arima` (package `forecast`) essayez de retrouver les coefficients p et q du modèle ARMA, puis estimer les paramètres du modèle en fonction des p, q trouvés. Etudiez les résidus de cette estimation : obtient-on un bruit blanc ? Faites quelques nouvelles simulations et recommencer la procédure. Commenter.

Exercice 2 (Pétrole)

(1) Installer le package `astsa` et afficher la série temporelle `oil` (prix du pétrole brut en dollars par baril ; taper `help(oil)` pour plus d'information). Semble-t-elle stationnaire ?

(2) Calculer la série des log rendements et afficher son chronogramme. Semble-t-elle stationnaire ?

(3) Afficher son `acf` et `pacf`. Commentez.

(4) Ajuster un modèle ARMA qui vous paraît convenir et étudier les résidus de cette modélisation.

    Aide : Si vous utilisez `auto.arima`, rajouter en option : `stationary=TRUE, seasonal=FALSE`.

Exercice 3 (Algorithme de Durbin-Levinson)

Créer une fonction qui étant donné une réalisation de série temporelle $x_1, \ldots, x_n$ et $p \geqslant 1$ renvoie la version empirique du vecteur $(\phi_{1,p}, \ldots, \phi_{p,p})$ des coordonnées du prédicteur linéaire optimal $X_t^{*,p}$, ainsi que le risque quadratique (empirique) σ_p^2. Tester votre algorithme sur la série temporelle de la question (1) de l'exercice 1 et donner une estimation des coefficients du modèle. Même exercice en utilisant cette fois l'algorithme d'inversion de matrice utilisé par R (commande `solve`).